

## سلسلة تمارين الترتيب و العمليات

تمارين 1 : قارن كلا من العددين الآتيين :

$$4 + 3\sqrt{5} \text{ و } 4 - 2\sqrt{11} \quad ; \quad \sqrt{3} - 1 \text{ و } 5\sqrt{3} + 4 \quad ; \quad 7 + \sqrt{2} \text{ و } 3\sqrt{2} - 1 \quad ; \quad \frac{15}{14} \text{ و } \frac{12}{17} \quad ; \quad \frac{5}{11} \text{ و } \frac{21}{3}$$

$$3 - \sqrt{17} \text{ و } \sqrt{21} - 2 \quad ; \quad \sqrt{5} + 1 \text{ و } \sqrt{3} - 9 \quad ; \quad -4\sqrt{5} \text{ و } -3\sqrt{2} \quad ; \quad -8\sqrt{21} \text{ و } 7\sqrt{11}$$

$$5 + 2\sqrt{2} \text{ و } 5 + \sqrt{10} \quad ; \quad -6\sqrt{2} \text{ و } -5\sqrt{3} \quad ; \quad 3\sqrt{3} \text{ و } 2\sqrt{7} \quad ; \quad -\frac{11}{6} \text{ و } -\frac{16}{11} \quad ; \quad \frac{7}{8} \text{ و } \frac{6}{5}$$

تمارين 2 : قارن العددين  $a$  و  $b$  في كل حالة من الحالات الآتية :

$\frac{-\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{-\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}}$	$2\sqrt{7}$	$\frac{3\sqrt{2}}{5}$	$a$
$-\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{2}}$	$\frac{-2}{\sqrt{2}}$	$-4\sqrt{2}$	$\frac{5}{2}$	$2,12$	$\frac{\sqrt{7}}{5}$	$b$

تمارين 3 :  $x$  و  $y$  عدنان حقيقيان بحيث :  $x \leq y$  .

أثبت أن :

$$x + \sqrt{5} \leq y + \sqrt{7} \quad ; \quad x - \sqrt{11} \leq y + \sqrt{2} \quad ; \quad x\sqrt{7} \leq 3y\sqrt{2}$$

$$2x + \frac{1}{\sqrt{5}} \leq 3y + \frac{1}{\sqrt{7}} \quad ; \quad \frac{x}{2\sqrt{5}} \leq \frac{y}{3\sqrt{2}}$$

تمارين 4 :  $a$  و  $b$  عدنان حقيقيان بحيث :  $a > b$  .

بين أن :

$$a\sqrt{2} + b > b(\sqrt{2} + 1) \quad \text{و} \quad -7a + 4b < -3b \quad \text{و} \quad a > b - \frac{\sqrt{7}}{2} \quad \text{و} \quad 5a > 3a + 2b \quad \text{و} \quad 5a > 4a + b$$

تمارين 5 :  $x$  و  $y$  عدنان حقيقيان بحيث :  $x < y$  .

$$\text{أثبت أن : } x < \frac{x+y}{2} < y \quad \text{و أن : } x < \frac{2x+3y}{5} < y$$

تمارين 6 :  $x$  و  $y$  و  $z$  أعداد حقيقية بحيث :

$$-5 \leq z \leq 3 \quad \text{و} \quad -7 \leq y \leq -1 \quad \text{و} \quad 2 \leq x \leq 7$$

$$\text{أطرم ما يلي : } x + y \quad \text{و} \quad x - y \quad \text{و} \quad x + y + z \quad \text{و} \quad 2x + 3y \quad \text{و} \quad x + 2y - 3z$$

$$\frac{4x - 2y + z}{5} \quad \text{و} \quad \frac{x + y}{2}$$

تمارين 7 :  $x$  و  $y$  عدنان حقيقيان بحيث :

$$-5 \leq y \leq -2 \quad \text{و} \quad 6 \leq x \leq 8$$

$$\text{أطرم ما يلي : } x + y \quad \text{و} \quad x - y \quad \text{و} \quad xy \quad \text{و} \quad \frac{x}{y} \quad \text{و} \quad x^2 \quad \text{و} \quad y^2$$

$$(x - y)(x + y) \quad \text{و} \quad (x - y)^2 \quad \text{و} \quad (x + y)^2$$

تمارين 8 :  $x$  عدد حقيقي :أوجد تأطير العدد  $x$  في كل حالة من الحالات الآتية :

$$-4 \leq 2x + 3 \leq 5 \quad ; \quad -11 \leq 5 - 2x \leq -2$$

$$5 \leq 7x - 1 \leq 12 \quad ; ; \quad -1 \leq \frac{4x - 1}{2} \leq 7$$

**تمرين 9**  $x$  و  $y$  عدنان حقيقيان بحيث :  $x \leq 5$  و  $y \geq -2$  .  
أثبت أن :

$$2x - 1 \leq 9 \quad ; ; \quad 3x + 5 \geq -1 \quad ; ; \quad 7 - x \geq 2 \quad ; ; \quad 11 - 2y \leq 7 \quad ; ; \quad 2x - 4y \leq 2$$

$$\frac{5x + 1}{4} \leq 4 \quad ; ; \quad \frac{6y - 2}{7} \geq -2 \quad ; ; \quad \frac{-5x + y}{6} \geq \frac{-9}{2}$$

**تمرين 10** حقل مستطيل الشكل :

\* طولاه محصور بين  $m 12$  و  $m 14$  . \* عرضه محصور بين  $m 7$  و  $m 10$  .  
(1) - أعط تائيرا المحيط هذا المستطيل.  
(2) - أعط تائيرا المساحة هذا المستطيل.

**تمرين 11**  $a$  و  $b$  عدنان حقيقيان بحيث :

$$3 \leq a \leq 6 \quad \text{و} \quad -5 \leq b \leq -3$$

$$(1) - \text{بين أن} : -30 \leq ab \leq -9$$

$$(2) - \text{بين أن} : -21 \leq a^2 + ab \leq 27$$

$$(3) - \text{بين أن} : -42 \leq a^2 + 2ab + b^2 \leq 43$$

$$(4) - \text{أطر} : a^2 - b^2$$

**تمرين 12**  $a$  و  $b$  و  $x$  أعداد حقيقية موجبة قطعاً.

$$(1) \text{ بين أن} : x + \frac{1}{x} \geq 2$$

$$(2) - \text{استنتج أن} : \frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq 2 \quad \text{و أن} \quad (a+b) + \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) \geq 4$$

**تمرين 13**  $a$  و  $b$  عدنان حقيقيان موجبان .

$$(1) - \text{بين أن} : \frac{a+b}{2} - \sqrt{ab} = \frac{(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2}{2}$$

$$(2) - \text{استنتج مقارنة العددين} : \frac{a+b}{2} \quad \text{و} \quad \sqrt{ab}$$

**تمرين 14**  $x$  و  $y$  عدنان حقيقيان موجبان قطعاً بحيث :  $x + \frac{1}{y} \geq 2$  و  $y + \frac{1}{x} \geq 2$  و  $x + y = 1$  .

$$(1) - \text{بين أن} : \frac{1}{x} + \frac{1}{y} \geq 3$$

$$(2) - \text{استنتج أن} : xy \leq \frac{1}{3}$$

**تمرين 15**  $a$  و  $b$  عدنان حقيقيان موجبان .

$$\sqrt{a+b} \leq \sqrt{a} + \sqrt{b} \quad : \text{برهن أن}$$

**تمرين 16**  $a$  و  $b$  و  $c$  أعداد حقيقية موجبة .

$$(1) - \text{بين أن} : a + b \geq 2\sqrt{ab}$$

$$(2) - \text{استنتج أن} : (a+b)(b+c)(c+a) \geq 8abc$$

**تمرين 17** قارن بين ما يلي :

$$3\sqrt{11} \quad \text{و} \quad 2\sqrt{8} \quad , , \quad (1 - \sqrt{2}) \quad \text{و} \quad (\sqrt{3} - \sqrt{2}) \quad , , \quad (5 + \sqrt{2}) \quad \text{و} \quad (5 + 6\sqrt{5})$$

$$(15 - 2\sqrt{3}) \text{ و } (11 - 2\sqrt{3})$$

**تمرين 18**  $x$  عدد حقيقي بحيث :  $-4 \leq x \leq -2$  .

1) - أثبت أن :  $-6 \leq x - 2 \leq -4$  .

2) - بسط العد :  $\sqrt{(x - 2)^2}$  .

3) - اعط تأطيرا لما يلي :  $\frac{x^2}{x + 6}$  و  $\frac{1}{x + 6}$  .

**تمرين 19**  $a$  عدد حقيقي بحيث :  $a \leq \frac{1}{2}$  .

1) - بين أن :  $2a - \frac{7}{3} \leq -\frac{4}{3}$  .

2) - بسط العدد :  $\sqrt{(2a - 1)^2}$  .

**تمرين 20**  $a$  و  $b$  و  $c$  أعداد حقيقية موجبة و غير منعدمة .

1) - بين أن :  $\frac{1}{a^2 + b^2} \leq \frac{1}{2ab}$  .

2) - بين أن :  $\frac{a + b}{a^2 + b^2} \leq \frac{1}{2} \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right)$  .

3) - استنتج أك :  $\frac{a + b}{a^2 + b^2} + \frac{b + c}{b^2 + c^2} + \frac{c + a}{c^2 + a^2} \leq \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$  .

**تمرين 21**  $a$  و  $b$  و  $c$  أعداد حقيقية موجبة و غير منعدمة بحيث :  $a \leq b$  .

1) - أثبت أن :  $\frac{a}{b + c} \leq \frac{b}{a + c}$  .

2) - بين أن :  $\frac{3a + 2b}{b} \leq \frac{3b + 2a}{a}$  .

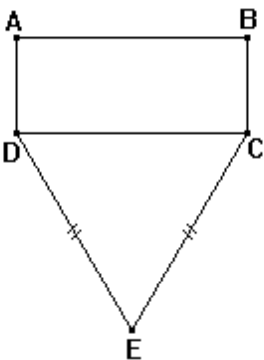
**تمرين 22**  $a$  و  $b$  عدنان حقيقيان بحيث :  $a \geq \frac{1}{2}$  و  $b \geq \frac{1}{2}$  .

بين أن :  $\frac{(a - b)^2}{2a} \leq (a^2 - b^2)^2$  .

**تمرين 23**  $a$  و  $b$  و  $c$  أعداد حقيقية موجبة و غير منعدمة .

1) - بين أن :  $a + b + \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \geq 4$  .

2) - استنتج أن :  $a + b + c + \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \geq 6$  .



**تمرين 24** نعتبر الشكل جانبه :

بحيث :  $AB = x$  و  $AD = 1 \text{ cm}$  و  $CE = DE = 4 \text{ cm}$  .

كيف يجب اختيار العدد  $x$  لكي يكون محيط المستطيل ABCD أصغر من

محيط المثلث CDE

**تمرين 25**  $x$  و  $y$  عدنان حقيقيان موجبان و غير منعدمين.

$$\text{بين أن : } \frac{x + 3y}{3x} \geq \frac{4y}{3y + x}$$

**تمرين 26**  $a$  و  $b$  عدنان حقيقيان بحيث :  $a^2 - 2a - 3 \leq 0$  و  $\frac{1}{2} \leq \frac{2}{-b + 2} \leq \frac{2}{3}$

(1) - أنشر  $(a + 1)(a - 3)$ .

(2) - بين أن :  $-1 \leq a \leq 3$  و أن :  $-2 \leq b \leq -1$ .

(3) - أطر العدد :  $b(-a + 3)$ .

**تمرين 27**  $x$  عدد حقيقي موجب .

بين أنه إذا كان :  $x > 1$  فإن  $x^2 > x > \sqrt{x} > 1$

**تمرين 28**  $x$  و  $y$  عدنان حقيقيان موجبان بحيث :  $x > y$

قارن العددين  $a$  و  $b$  في كل من الحالتين الآتيتين :

1) ---  $a = \sqrt{x} - \sqrt{y + 1}$  و  $b = \sqrt{y} - \sqrt{x + 1}$

2) ---  $a = \sqrt{x} - \sqrt{y}$  و  $b = \sqrt{x + 1} - \sqrt{y + 1}$

## سلسلة تمارين المتراجحات

تمرين 1 حل المتراجحات الآتية :

$$2x + 5 > x + 3 \quad ; ; \quad 4x + 3 \leq x - 1 \quad ; ; \quad 2x + 3 \geq 1 \quad ; ; \quad x - 5 < 0 \quad ; ; \quad x + 3 \geq 0$$

$$3x - 1 < 7x - 3 \quad ; ; \quad -4x - 5 \geq 2x - 5 \quad ; ; \quad 6x + 8 \leq 4x + 11 \quad ; ; \quad 4x - 7 < 2x + 5$$

تمرين 2 حل المتراجحات الآتية :

$$\frac{x+7}{3} - \frac{1-x}{6} \geq \frac{x}{2} + 3 \quad ; ; \quad \frac{x}{2} + \frac{x-1}{3} > \frac{x+2}{6} - 1 \quad ; ; \quad \frac{x+2}{3} \leq \frac{x-1}{2} \quad ; ; \quad \frac{3x}{4} + \frac{1}{2} < 1 \quad ; ; \quad \frac{x}{2} - 1 \geq 0$$

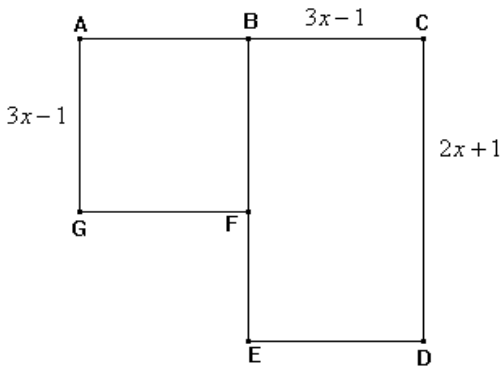
$$\frac{3x-7}{4} \leq \frac{2x-1}{8} \quad ; ; \quad \frac{3x-1}{5} - \frac{x}{2} < \frac{6x}{2} - \frac{x+3}{5}$$

تمرين 3 حل المتراجحات الآتية :

$$3x - 4(x - 2) \geq 5x - 3(2x + 3) \quad ; ; \quad 2(x - 1) + 3x \geq 4x + 2 \quad ; ; \quad 5x - 2(3x + 3) \leq 3(x + 2)$$

$$3(x + 5) - 2x > 4x - 5(x - 1) \quad ; ; \quad x + 7(3 - x) + 5(x - 2) < x + 2$$

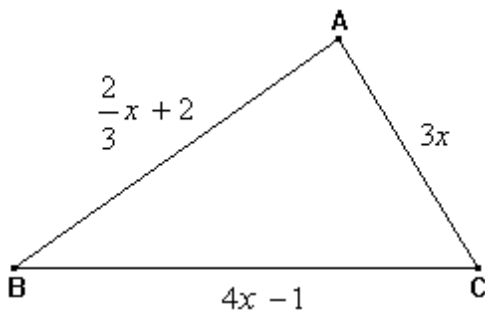
$$7x + 8 + 2(3 - x) \geq 3(x + 4) - (x - 2) \quad ; ; \quad \frac{2}{3}(1 - x) + \frac{5}{2}x < 2x - \frac{1}{2}(3x - 4)$$



تمرين 4 لاحظ الشكل جانبه بحيث :

مربع ABFG و مستطيل BCDE و  $x > 0$ .

- 1- أحسب قيم  $x$  التي من أجلها يكون محيط المستطيل أكبر قطعا من محيط المربع.
- 2- أحسب قيم  $x$  التي من أجلها يكون مجموع محيطي المربع و المستطيل أصغر من أو يساوي 62.
- 3- أحسب  $x$  إذا علمت أن المربع و المستطيل لهما نفس المحيط.

تمرين 5 لاحظ الشكل جانبه بحيث :  $x > 0$  و مثلث ABC مثلث و  $x > 0$ .

$$AB = \frac{2}{3}x + 2 \quad \text{و} \quad AC = 3x \quad \text{و} \quad BC = 4x - 1$$

نضع  $P_{ABC}$  محيط المثلث ABC

$$P_{ABC} \leq 49 \quad \text{أحسب قيم } x \text{ التي من أجلها :}$$

تمرين 6 عدد حقيقي إذا أضفنا إلى ضعفه 5 و طرحنا من ثلثيه 2

$$\text{حصلنا على عدد حقيقي أصغر قطعا من : } -\frac{1}{2}$$

ما هو هذا العدد ؟

تمرين 7 حل المتراجحات الآتية :

$$-7x + 9 \leq 4x - 3 \quad ; ; \quad -5x + 1 \geq -x - 2 \quad ; ; \quad 4x - 5 < x + 7 \quad ; ; \quad -2x + 11 > 7x + 31$$

$$\frac{1}{2}x + 3 \leq 2x - 6 \quad ; ; \quad -4x - 7 \geq 17 + 8x \quad ; ; \quad 2x - 11 < 3x - 1 \quad ; ; \quad 3x + 5 < 2 - 6x$$

$$\frac{x}{2} - \frac{1-3x}{4} \geq 5 - \frac{x-1}{8} \quad ; ; \quad \frac{6x+1}{4} - \frac{x}{2} \geq x-1 \quad ; ; \quad \frac{x-3}{4} \geq -\frac{5}{3} \quad ; ; \quad \frac{2-3x}{5} < \frac{1}{2}$$

$$\frac{3x+1}{4} - \frac{2x-5}{2} < x+1 \quad ; ; \quad \frac{x-4}{2} - \frac{3x-5}{3} \leq \frac{x+1}{6} \quad ; ; \quad \frac{x-2}{5} - \frac{1-3x}{3} \geq x-1 - \frac{2-3x}{15}$$

**تمرين 8** حل المترجمات الآتية :

$$4(3x-5) < 12x+4 \quad ; ; \quad 2(3x-1) - 5(1+2x) \leq 0 \quad ; ; \quad 3(x-2) > 2x-2(x+4)$$

$$3x-5(2x+4) \leq -5(x-1) - 2(x+1) \quad ; ; \quad 7(x-2) - 2(x+1) \leq 5(x-4)$$

$$2(x+3) - 2x < 4(1-x) + 5x \quad ; ; \quad 4x - 3(1-x) > -2(x-3) + 4(-x-2)$$

$$2(x+1) - 4x \leq 2(2x-4) + 4x-1 \quad ; ; \quad x+3(3x-2) \geq -3x-2(x+1)$$

$$7x+8+2(3-x) \geq 3(x+4) - (x-2) \quad ; ; \quad 7(x-3) + 2(x+1) < 6x+2$$

**تمرين 9** حل المترجمات الآتية :

$$\frac{2}{5}x - \frac{1}{5} \geq -\frac{1}{4} \quad ; ; \quad 3x - \frac{2}{3} \leq 10 - \frac{x}{3} \quad ; ; \quad \frac{2x}{5} - \frac{1}{2} > \frac{x}{3} + \frac{1}{3} \quad ; ; \quad -\frac{x}{2} + 3x - 4 < 2$$

$$\frac{7x-5}{3} \geq 5x-3 \quad ; ; \quad \frac{3x}{4} - \frac{1-x}{2} \leq 2x+1 \quad ; ; \quad \frac{2x-1}{5} > \frac{x+1}{3} \quad ; ; \quad \frac{2x}{5} - \frac{1}{2} > \frac{x}{3} + \frac{1}{3}$$

**تمرين 10** حل المترجمات الآتية :

$$\frac{2x-1}{4} + 16 \leq \frac{x-1}{3} \quad ; ; \quad 6x - \frac{4}{3} < \frac{4x+1}{2} + 4(x-3) \quad ; ; \quad \frac{3x-5}{2} + \frac{7x+2}{3} \leq \frac{x+1}{-2} - \frac{3x+4}{4}$$

$$x-3 < 2\left(2x - \frac{7}{2}\right) \quad ; ; \quad \frac{x+4}{2} - \frac{3x-4}{3} < \frac{2-x}{2} + \frac{2}{3} \quad ; ; \quad \frac{x}{2} + \frac{x}{3} + \frac{x}{5} < \frac{3x+1}{2} - \frac{7x}{5}$$

$$\frac{x}{4} + \frac{9}{37} + \frac{2x-1}{2} > 2x \quad ; ; \quad \left(2 - \frac{x}{2}\right) - \frac{7}{2} < 1+2x \quad ; ; \quad \frac{7-x}{3} + \frac{5-3x}{7} \geq \frac{7x-12}{14} - 4$$

**تمرين 11** حل المترجمات الآتية :

$$\frac{8x+5}{9} - \frac{2x+23}{6} \geq -\frac{x}{12} + \frac{x}{4} + 1 \quad ; ; \quad \frac{x}{2} + \frac{x}{3} + \frac{x}{4} + \frac{x}{5} \leq 1 \quad ; ; \quad \frac{4x}{5} - 7 > 4x - 3(x+3)$$

$$\frac{-8x+1}{4} - \frac{3x+4}{3} \leq \frac{x}{2} + \frac{8-x}{4} \quad ; ; \quad \frac{x-1}{2} - x \leq \frac{x-2}{3} + \frac{3-x}{4} \quad ; ; \quad \frac{1}{2}x - 5 \geq \frac{7}{2}x - 4$$

$$\frac{3x-1}{3} - \frac{x+1}{6} \geq \frac{x+1}{4} \quad ; ; \quad \frac{3x-1}{4} - \frac{5x+3}{3} < x - \frac{1}{6} \quad ; ; \quad \frac{7x+3}{15} - \frac{3x+7}{4} < \frac{28x-3}{3}$$

**تمرين 12** حل المترجمات الآتية :

$$7(x - \sqrt{5}) + 4x \geq 2(x + \sqrt{5}) \quad ; ; \quad \frac{\sqrt{2}x-1}{\sqrt{2}} - \frac{x}{2\sqrt{2}} < \frac{x}{2} \quad ; ; \quad \sqrt{11}(1-x) \leq 3(x-1)$$

$$2x + 4\sqrt{2} \geq -2(3\sqrt{2} + x) \quad ; ; \quad \frac{x}{\sqrt{2}+1} - \frac{x}{\sqrt{2}-1} \leq \sqrt{5} \quad ; ; \quad \frac{x+\sqrt{3}}{2} - \frac{2x}{4} > 2\sqrt{3}$$

$$\sqrt{2}(x-1) + \frac{x}{\sqrt{2}} < -2 \quad ; ; \quad \frac{x+1}{\sqrt{3}} + \frac{2x}{3} \leq 1 \quad ; ; \quad 5x + 3\sqrt{7} > 3x - \sqrt{28}$$

**تمرين 13** حدد قيمة العدد الحقيقي  $x$  في كل حالة من الحالات الآتية :

$$\sqrt{2} < \frac{\sqrt{2}x-1}{7} < 5-2) \quad ; ; \quad -4 \leq \frac{2x-2}{4} \leq 3-1)$$

$$\frac{1}{2} < 3 - \frac{2x}{5} \leq 0,9 \quad - 4)$$

$$0 \leq \frac{5 - 3x}{\sqrt{3}} \leq \frac{1}{\sqrt{3}} \quad - 3)$$

$$-\frac{2}{3} < 7x + \frac{2x - 3}{2} < \frac{1}{3} \quad - 6)$$

$$2 \leq \frac{3x}{2} - \frac{1 - x}{3} \leq 4 \quad - 5)$$

$$-7 < \frac{3x - 2}{5} + 2(-x - 4) < -3 \quad - 8)$$

$$0 \leq 3(2x - 1) - \frac{4x + 1}{2} \leq 11 \quad - 7)$$

حل المترجمات الآتية : **تمرين 14**

$$\frac{x}{2} - \frac{x + 1}{3} \geq \frac{2x - 7}{6} \quad ; ; \quad \frac{x - 2}{2} - \frac{x - 1}{8} > \frac{x + 2}{4} \quad ; ; \quad \frac{x - 1}{2} - \frac{x + 1}{3} \leq 1 \quad ; ; \quad \frac{3}{2}x \geq -8$$

$$2(5x - 4) - \frac{2x}{3} < 8x + \frac{3 + x}{2} \quad ; ; \quad 3x - \frac{2x + 2}{3} < -3x + 2 \quad ; ; \quad 3(x - 2) + \frac{1}{2} \leq 2x - 2(x + 4)$$

$$\frac{2x - 1}{3} - \frac{x}{2} \geq \frac{x}{6} \quad ; ; \quad 2x - \frac{x}{2} < 2(x - 1) - \frac{x}{2} \quad ; ; \quad 2(x + 3) - x \leq 3(x + 2) - 2x$$

حدد الأعداد الحقيقية  $x$  في كل حالة من الحالات الآتية : **تمرين 15**

$$\begin{cases} 2x - 1 \geq -3 \\ x + 2 \leq \frac{1}{2} \end{cases} \quad ; ; \quad \begin{cases} 3x + 4 \geq 0 \\ x - 2 \geq 0 \end{cases} \quad ; ; \quad \begin{cases} 2x + 1 \geq 0 \\ 7 - 2x > 0 \end{cases} \quad ; ; \quad \begin{cases} 2x - 4 \geq 0 \\ x - 1 \leq 0 \end{cases}$$