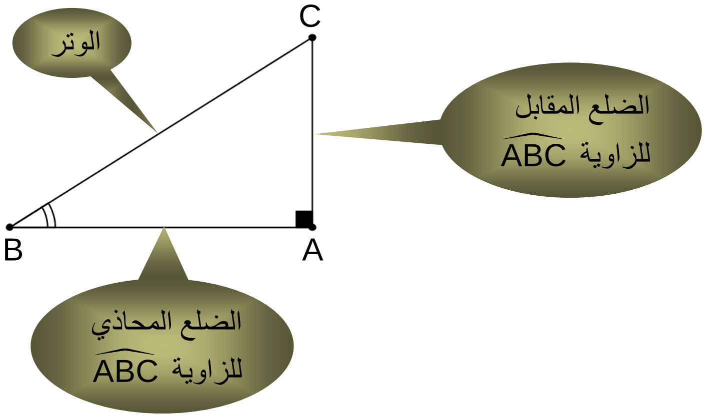
الحساب المثلثي

I. النسب المثلثية في مثلث قائم الزاوية



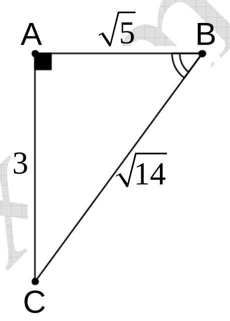
تعريف

ABC قائم الزاوية في A .

- جيب تمام الزاوية $\widehat{ABC}$ هو خارج طول الضلع المحاذي لهذه الزاوية على طول الوتر؛ ونرمز له بالرمز: $\cos\widehat{ABC}$
- جيب الزاوية $\widehat{ABC}$ هو خارج طول الضلع المقابل لهذه الزاوية على طول الوتر؛ ونرمز له بالرمز: $\sin\widehat{ABC}$
- ظل الزاوية $\widehat{ABC}$ هو خارج طول الضلع المقابل لهذه الزاوية على طول الضلع المحاذي؛ ونرمز له بالرمز: $\tan\widehat{ABC}$

مثال

في الشكل المقابل:



- $\cos\widehat{ABC}=\dfrac{AB}{BC}=\dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{14}}=\dfrac{\sqrt{70}}{14}$
- $\sin\widehat{ABC}=\dfrac{AC}{BC}=\dfrac{3}{\sqrt{14}}=\dfrac{3\sqrt{14}}{14}$
- $\tan\widehat{ABC}=\dfrac{AC}{AB}=\dfrac{3}{\sqrt{5}}=\dfrac{3\sqrt{5}}{5}$

خاصية1

كيف ما كان α قياس زاوية حادة فإن:
$0<\sin\alpha<1$ و $0<\cos\alpha<1$

النسب المثلثية لبعض الزوايا

α بالدرجة	0^0	30^0	45^0	60^0	90^0
$\sin\alpha$	0	$\dfrac{1}{2}$	$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$	$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos\alpha$	1	$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$	$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$	$\dfrac{1}{2}$	0
$\tan\alpha$	0	$\dfrac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	غير محدد

II. علاقات بين النسب المثلثية

خاصية2

كيف ما كان α قياس زاوية حادة فإن: $\cos^2\alpha+\sin^2\alpha=1$

ملاحظة

- $\cos^2\alpha$ يقصد بها $(\cos\alpha)^2$
- $\sin^2\alpha$ يقصد بها $(\sin\alpha)^2$

خاصية3

كيف ما كان α قياس زاوية حادة فإن: $\tan\alpha=\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$

خاصية4

α و β قياسا زاويتين حادتين.

إذا كان $\alpha+\beta=90^0$ فإن:

- $\cos\alpha=\sin\beta$
- $\sin\alpha=\cos\beta$
- $\tan\alpha=\dfrac{1}{\tan\beta}$

خاصية4

α و β قياسا زاويتين حادتين متتامتين.

إذا علمت أن $\tan\alpha=2-\sqrt{3}$ فاحسب: $\cos\alpha\sin\beta-\sin\alpha\cos\beta$

حـــل

بما أن $\alpha+\beta=90^0$ فإن: $\cos\alpha=\sin\beta$ و $\sin\alpha=\cos\beta$.

إذن: $\cos\alpha\sin\beta-\sin\alpha\cos\beta=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha$

$=\cos^2\alpha-\left(1-\cos^2\alpha\right)$

$=2\cos^2\alpha-1$

نعلم أن: $\tan^2\alpha=\left(2-\sqrt{3}\right)^2$

إذن: $\dfrac{\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha}=7-4\sqrt{3}$

أي: $\dfrac{1-\cos^2\alpha}{\cos^2\alpha}=7-4\sqrt{3}$

أي: $\dfrac{1}{\cos^2\alpha}-1=7-4\sqrt{3}$

أي: $\dfrac{1}{\cos^2\alpha}=8-4\sqrt{3}$

أي: $\cos^2\alpha=\dfrac{1}{8-4\sqrt{3}}$

أي: $\cos^2\alpha=\dfrac{2+\sqrt{3}}{4}$

وبالتالي فإن: $\cos\alpha\sin\beta-\sin\alpha\cos\beta=2\cos^2\alpha-1=2\left(\dfrac{2+\sqrt{3}}{4}\right)-1=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$